

Experimentalphysik 5a

WS 13/14

Prof. Dr. Werner Heil

Blatt 1

<http://www.ag-heil.physik.uni-mainz.de>

Abgabetermin: 04.11.2013, 10:30

Aufgabe 1 Gaußsches Wellenpaket mit Dispersion (6 Punkte)

Gegeben sei ein Gaußsches Wellenpaket der Form:

$$A(x, t) = N \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(k-k_0)^2}{2\Delta k^2}} e^{i(kx - \omega(k)t)} dk \quad (1)$$

Ein Beispiel dafür wären Materiewellen.

- Bestimmen Sie $\omega(k)$ für ein freies Teilchen. Wie ist dabei die Gruppengeschwindigkeit definiert? Wo liegt der Unterschied zu Photonen (qualitativ)?
- Berechnen Sie $A(x, t)$ und die Intensität $I(x, t) = A(x, t)^* A(x, t) = |A(x, t)|^2$.
- Normieren Sie das Wellenpaket für einen festen Zeitpunkt t_0 . Wähle diesen geschickt!
- Untersuchen Sie das zeitliche Verhalten von $I(x, t)$ (Lage, Breite). Durch geeignete Wahl von Δk bestimme man das Wellenpaket so, dass die Intensität zur Zeit $t = 0$ auf $\Delta x = 10^{-10}$ m begrenzt ist. Nach welcher Zeit τ erreicht Δx die Größe des Abstandes Erde-Mond (384 401 km)? Für m soll die Elektronenmasse angenommen werden.

Hinweis zum Lösen der Integrale:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x-b)^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}; \quad a, b \text{ komplex, } \Re\{a\} > 0 \quad (2)$$

Die Form in Gleichung (2) kann auch durch quadratische Ergänzung erreicht werden.

Aufgabe 2 Wellencharakter von Materie (4 Punkte)

1923 erkannte de Broglie, dass Objekte, die bisher als Teilchen betrachtet wurden, gleichzeitig auch Welleneigenschaften haben. Die Wellenlänge wird vom Impuls p des Teilchens bestimmt:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p}, \quad (3)$$

wobei h die Planck-Konstante ist.

- Warum ist man auf diese Welleneigenschaft nicht früher experimentell gestoßen? Begründen Sie Ihre Antwort mit einigen typischen Werten für λ_{dB} (Elektronen mit Energien von 50 eV sowie 3 MeV, thermische Neutronen bei 300 K, Heliumatome bei 1000 m/s. ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js, $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C)

-
- (b) Nehmen Sie an, dass sich das Elektron (Masse m_e) im Wasserstoffatom auf einer kreisförmigen Bahn um das Atom (Masse $m_p \gg m_e$) bewegt. Welches sind die aufgrund der Welleneigenschaften des Elektrons ausgezeichneten Bahnen? Berechnen Sie den Radius der kleinsten Bahn.

Hinweis zu (a):

Unterscheiden Sie ob sich Teilchen nicht-relativistisch oder relativistisch bewegen. Betrachten Sie dazu die relativistische Energie-Impuls Beziehung.